# Swingende stoelen

$n$ kinderen zitten elk op een stoel in een cirkel voor een stoelendans. Om beurten neemt elk nog zittend kind de stoel van zijn meest naaste linkerbuur weg. Als we ze in wijzerszin nummeren neemt dus het kind op plaats nummer 1 de stoel op plaats nummer 2 weg. Dan neemt 3 de stoel van 4 weg, enz.

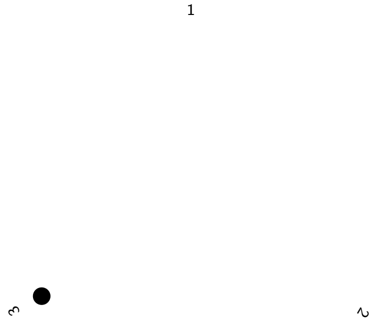
Welk kind behoudt op het einde zijn stoel?

# Swingende stoelen: enkele voorbeelden

Voorbeeld: $n = 2$

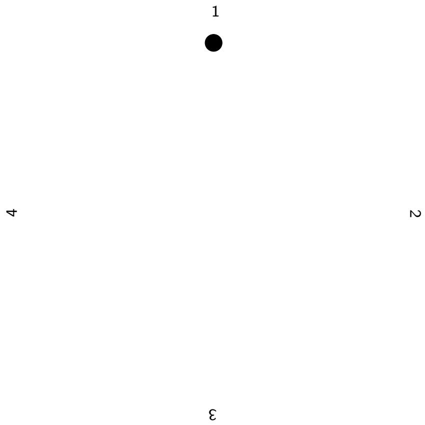
# Swingende stoelen

Voorbeeld: $n = 3$



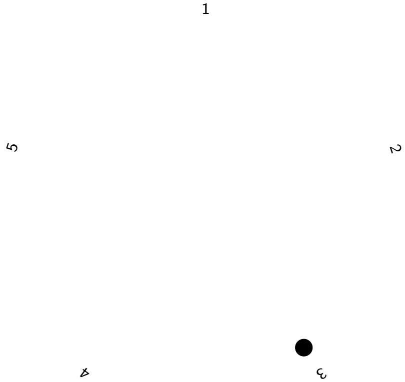
# Swingende stoelen

Voorbeeld: $n = 4$



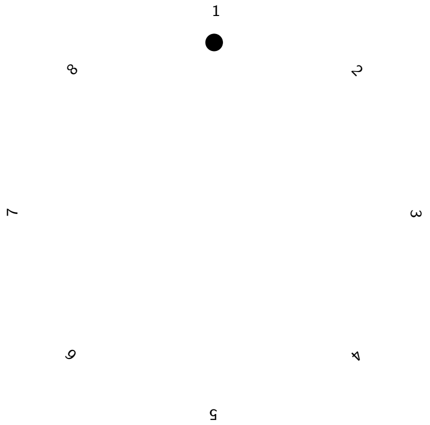
# Swingende stoelen

Voorbeeld: $n = 5$



# Swingende stoelen

Voorbeeld: $n = 8$



# Swingende stoelen

## Lemma

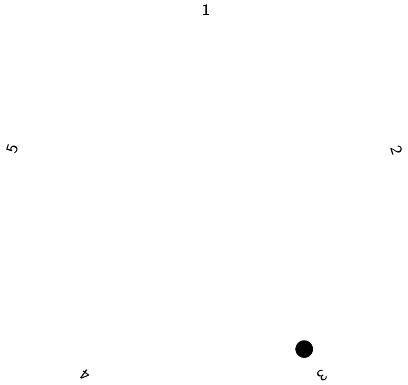
*Voor* $n = 2^k$ *blijft kind nummer* 1 *op het einde over.*

## Bewijs.

In de eerste $2^{k-1}$ beurten worden alle stoelen met een even nummer weggenomen. Voor de overblijvende $2^{k-1}$ stoelen is nummer 1 aan de beurt. We zijn terug in het vorige geval: $n = 2^{k-1}$. [inductie] □

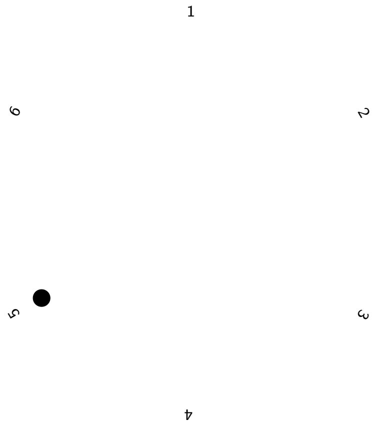
# Swingende stoelen

Voorbeeld: terug $n = 5$



# Swingende stoelen

Voorbeeld: $n = 6$



# Swingende stoelen

## Stelling

*Voor $n = 2^k + m$, met $0 \leqslant m < 2^k$, blijft kind nummer $2m + 1$ op het einde over.*

## Bewijs.

In de eerste $m$ beurten worden stoelen met een even nummer weggenomen. Er blijven nu juist $2^k$ stoelen over en kind nummer $2m + 1$ is aan de beurt. We kunnen nu het Lemma toepassen dat zegt dat het kind dat nu aan de beurt is zal overblijven. □