

WISKUNNEND WISKE

DE SERIËLE SCHOENEN



OPGAVE 2

Sidonia heeft al haar schoenen uit de kast gehaald om een beetje orde te scheppen. In haar woonkamer staan nu 30 schoenen in willekeurige volgorde op een rij, 15 linker- en 15 rechterschoenen.

Is het waar dat, ongeacht hoe de schoenen staan, er in deze rij altijd 10 opeenvolgende schoenen kunnen worden gevonden zodat deze evenveel linker- als rechterschoenen bevatten?

Geef een volledige wiskundige argumentatie.

WISKUNDIG WEETJE

De rij van Fibonacci is genoemd naar Leonardo van Pisa, bijgenaamd Fibonacci. De rij begint met 0 en 1 en vervolgens is elk volgende element van de rij steeds de som van de twee voorgaande elementen. De eerste elementen van de rij zijn als volgt:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946, ...

De manier waarop de rij van Fibonacci gedefinieerd is, is een voorbeeld van wat in de wiskunde een recursieve definitie genoemd wordt. Dit betekent dat de elementen vastgelegd worden op basis van een of meer voorgaande elementen; dit leidt tot een **recurrentievergelijking**. Het n -de getal van Fibonacci wordt gegeven door:

$$\begin{aligned}f_0 &= 0 \\f_1 &= 1 \\f_n &= f_{n-1} + f_{n-2} \text{ voor } n > 1\end{aligned}$$

Veel recurrentievergelijkingen hebben geen expliciet voorschrift, waarmee het n -de element enkel aan de hand van het getal n bepaald kan worden. Voor de rij van Fibonacci bestaat een dergelijke uitdrukking wel, namelijk:

$$f_n = \frac{\varphi^n - (1 - \varphi)^n}{\sqrt{5}}$$

Hierin is:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

de **gulden snede**.

Meer teltechnieken en recurrentievergelijkingen worden gedoceerd in de cursus *Discrete Wiskunde* binnen de opleiding Wiskunde aan de Vrije Universiteit Brussel.

