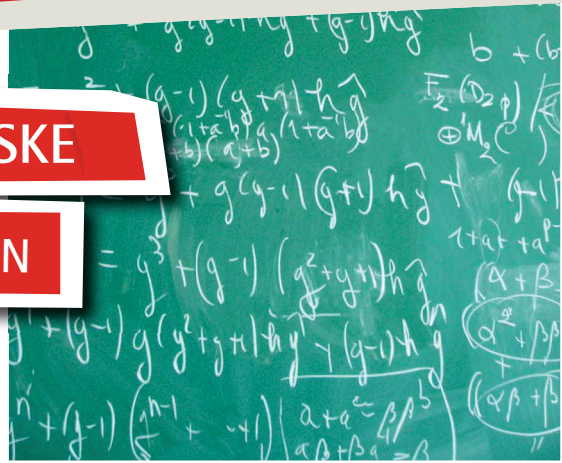


WISKUNNEND WISKE

DE VERRASSEDE VEELTERMEN

OPGAVE 2



Suske en Wiske komen terug van een wiskundeles bij Professor Barabas. Als huiswerk moeten ze een veelterm ontbinden in factoren. Suske is de opgave vergeten op te schrijven en hij weet zelfs de graad van de veelterm niet meer. Hij vraagt Wiske om hulp. Zij gaat hem natuurlijk niet meteen de veelterm verklappen en vindt het leuker om er een raadseltje van te maken.

Alle coëfficiënten van de veelterm P die Suske zoekt, zijn natuurlijke getallen. Wiske is bereid om voor elk getal a , dat Suske haar geeft, het getal $P(a)$ te zeggen. Dit is de waarde die Wiske uitkomt als ze de veranderlijke van de veelterm vervangt door het getal a . Als Suske het slim speelt, kan hij de veelterm P achterhalen door Wiske goedgekozen getallen a te laten invullen. Kan jij voor Suske een strategie bedenken die na zo weinig mogelijk invullingen van waarden met zekerheid de veelterm P achterhaalt? Vergeet ook niet te bewijzen dat er geen strategie kan bestaan die toelaat om met minder invullingen P terug te vinden.

Professor Barabas raadt je aan om eerst een eenvoudiger vraagstuk op te lossen. Probeer P te vinden als je weet dat geen van de coëfficiënten groter is dan 9.

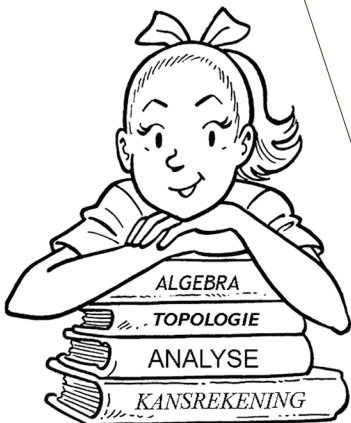
(De definitie van veeltermen kan onder meer geraadpleegd worden in het boek 'Wiskundige Basisvaardigheden', p 38, beschikbaar via books.google.be)

WAAR WISKUNDIGEN VANDAAG HUN HOOFD OVER BREKEN

Veeltermen verschijnen in vele takken van de wiskunde. Uiteraard in de algebra die veeltermen op zich bestudeert en gebruikt bij constructies van meer ingewikkelde objecten zoals velden. Doordat het rekenen met veeltermen nogal eenvoudig is, worden ze ook veel toegepast als benadering in de analyse. Denk maar aan Taylorreeksen die je afbreekt na een eindig aantal termen. In 1885 toonde Karl Weierstrass dat elke continue functie op een gesloten interval willekeurig goed kan benaderd worden door een veeltermfunctie. Voor specieke problemen uit de fysica of ingenieurswetenschappen hebben wiskundigen ook heel wat "speciale" veeltermen uitgevonden. Zo geven **Legendreveeltermen** oplossingen van differentiaalvergelijkingen die nodig zijn bij het berekenen van aantrekkingskrachten tussen planeten (gravitatie) of op geladen deeltjes (elektriciteit). Ziehier de algemene formule voor de n -de Legendreveelterm:

$$L_n(X) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dX^n} [(X^2 - 1)^n]$$

Dikwijls komt het efficiënt oplossen van een praktisch vraagstuk erop neer dat men de juiste soort veelterm gebruikt om het probleem te benaderen of zelfs exact op te lossen. Recent werd door twee Canadezen nog een nieuwe familie veeltermen ingevoerd om een openstaande vraag op te lossen [L. Vinet and A. Zhedanov, A 'missing' family of classical orthogonal polynomials, 2011 J. Phys. A: Math. Theor. 44, 805201].



Vrije
Universiteit
Brussel