Wiskunnend Wiske

Twee boten starten op hetzelfde moment vanop tegenovergestelde zijden van een rivier. Ze varen in een rechte hoek ten opzichte van de oevers over het water. Elke boot vaart met een constante snelheid, maar de ene sneller dan de andere. Ze ontmoeten elkaar op $180m$ van de dichtsbijzijnde oever. Beide boten varen verder en wachten 10 min aan de oever voor ze terugkeren. Op de terugreis ontmoeten ze elkaar $100m$ van de andere oever. Hoe breed is de rivier?

Oplossing

Methode 1

- snelheid van de trage boot v_t
- snelheid van de snelle boot v_s

De snelheid van de trage boot voor de eerste ontmoeting: $v_t = \frac{180}{t_1}$. De snelheid van de snelle boot voor de eerste ontmoeting: $v_s = \frac{x-180}{t_1}$. Bijgevolg is de verhouding $\frac{v_t}{v_s} = \frac{180}{x-180}$. De snelheid van de trage boot voor de tweede ontmoeting: $v_t = \frac{x+100}{t_2}$. De snelheid van de snelle boot voor de tweede ontmoeting: $v_s = \frac{2x-100}{t_2}$. Bijgevolg is de verhouding $\frac{v_t}{v_s} = \frac{x+100}{2x-100}$.
Aangezien de snelheden constant zijn, zijn deze twee verhoudingen gelijk en dus

$$\frac{180}{x-180} = \frac{x+100}{2x-100} \Leftrightarrow x = 440 \text{ of } 0.$$

Methode 2

$$\begin{cases} 180 = v_t \cdot t_1 \\ x - 180 = v_s \cdot t_1 \end{cases} \quad \Rightarrow x = (v_t + v_s)t_1$$

$$\begin{cases} x + 100 = v_t \cdot t_2 \\ 2x - 100 = v_s \cdot t_2 \end{cases} \quad \Rightarrow 3x = (v_t + v_s)t_2$$

We kunnen besluiten dat $t_2 = 3t_1$. Invullen in de eerste twee vergelijkingen en oplossen geeft $x = 440$.